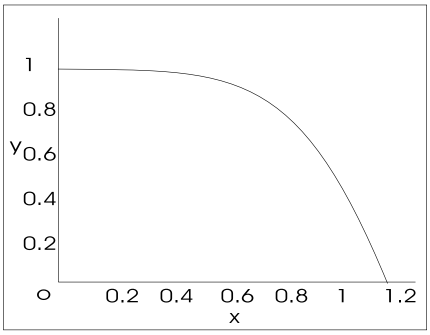
Enero-Marzo 2002, primer parcial

1. Calcule las siguientes integrales:

   a) $\displaystyle\int (t^2+1)\cos(t^3+3t)dt.$ *b*) $\displaystyle\int \frac{x^2}{(x^3-2)^2}dx.$

2. Calcule el área de la región acotada por las gráficas de:
   $f(x) = x^3 + x^2$ y $g(x) = x^2 + x.$

3. Calcule el volumen del sólido de revolución que se genera al girar alrededor del eje y, la región acotada por la gráfica de $y = \operatorname{sen}(x^2)$ para $0 \le x \le \sqrt{\frac{\pi}{2}}$.



4. Sea $f(x)$ una función continua en $\mathbb{R}$. Se sabe que

$$\int_0^2 f(x)dx = 20, \quad \int_2^4 f(x)dx = 10 \quad \text{y} \quad \int_4^8 f(x)dx = 5.$$

   Halle $\displaystyle\int_0^2 8xf(x^2)dx.$

5. Selección múltiple.
   Lea cuidadosamente cada pregunta.

   a) **(1 punto)** La solución de la ecuación diferencial

$$f'(x) = 12x^5 + 16x^3 - 18x$$

   con la condición $f(0) = 7$ es:
   ☐ **i)** $f(x) = 2x^6 + 4x^4 - 9x^2.$
   ☐ **ii)** $f(x) = 60x^4 + 48x^2 - 18$
   ☐ **iii)** $f(x) = 2x^6 + 4x^4 - 9x^2 + 7.$
   ☐ **iv)** $f(x) = 60x^6 + 48x^4 + 7.$
   ☐ **v)** Ninguna de las anteriores.

   b) **(2 puntos)** Sea $f(x)$ una función continua en $[2,5]$ tal que su valor máximo es 10 y su valor mínimo es 2 entonces:
   ☐ **i)** $4 \le \int_2^5 f(t)dt \le 50.$
   ☐ **ii)** $2 \le \int_2^5 f(t)dt \le 10.$
   ☐ **iii)** $6 \le \int_2^5 f(t)dt \le 30.$
   ☐ **iv)** $4 \le \int_2^5 f(t)dt \le 10$
   ☐ **v)** Ninguna de las anteriores.

   c) **(2 puntos)** Si $G(x) = \int_0^{x^2} \; dt$ entonces:
   ☐ **i)** $G'(x) = 2x^3.$
   ☐ **ii)** $G'(x) = x^2.$
   ☐ **iii)** $G'(x) = 2x.$
   ☐ **iv)** $G'(x) = \dfrac{x^3}{3}.$
   ☐ **v)** Ninguna de las anteriores.

   d) **(2 puntos)** $D_x\left(\int_x^{x^3}(t^2+1)dt\right)$ es igual a:
   ☐ **i)** $x^6 + 1.$
   ☐ **ii)** $x^6 - x^2.$
   ☐ **iii)** $3x^8 + 2x^2 - 1.$
   ☐ **iv)** $3x^8 + 3x^{3\cdot}$
   ☐ **v)** Ninguna de las anteriores.